

# Scienza delle Costruzioni

Paolo Casini

Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica  
Università di Roma *La Sapienza*

E-mail: [p.casini@uniroma1.it](mailto:p.casini@uniroma1.it)  
pagina web: [www.pcasini.it/disg/sdc](http://www.pcasini.it/disg/sdc)

**Testo di riferimento:**

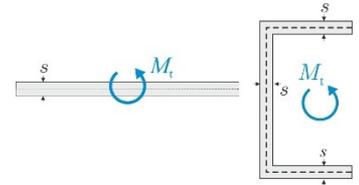
Paolo Casini, Marcello Vasta. *Scienza delle Costruzioni*,  
CittàStudi DeAgostini, 4° Edizione, 2020



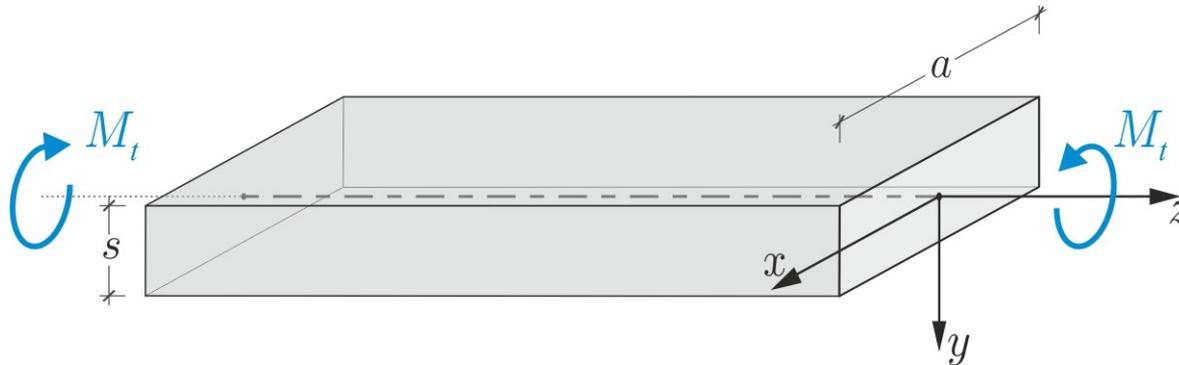
# Lezione

## 5. Torsione uniforme

- Posizione del problema
- Sezioni a simmetria polare
- Sezioni di forma qualsiasi, analogia idrodinamica
- **Sezioni rettangolari sottili, sezioni rettificabili**
- Sezioni sottili aperte
- Sezioni sottili chiuse:
  - Teoria approssimata di Bredt
  - Formule di Bredt
- Esercizi (sito: E20, testo: §20.10-20.12)

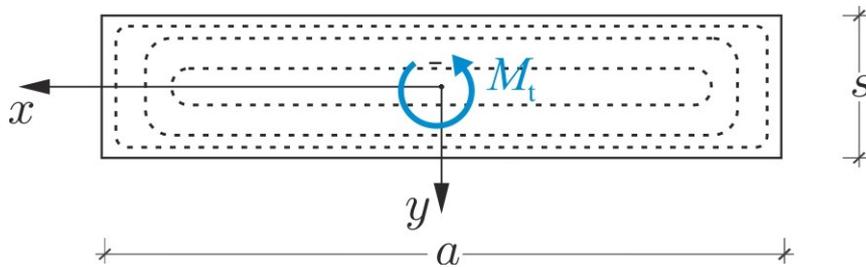


## Sezione rettangolare sottile

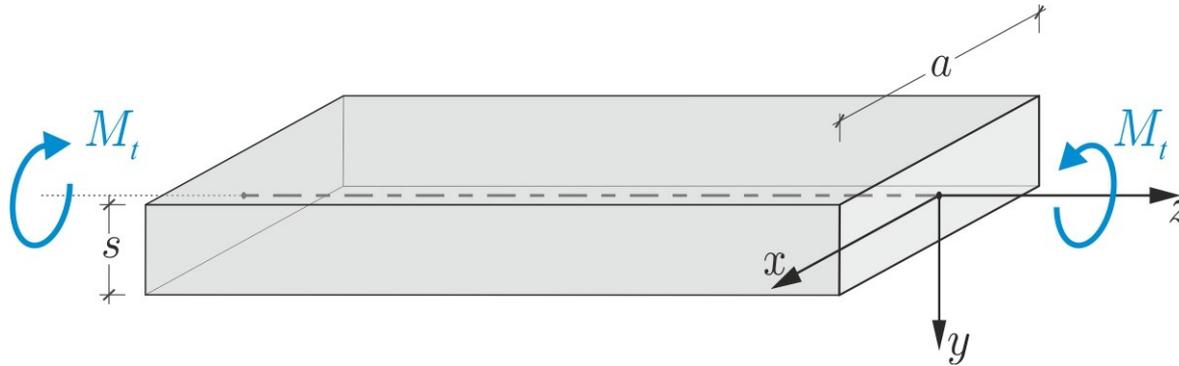


$$s \ll a$$

## Analogia idrodinamica (tensioni)

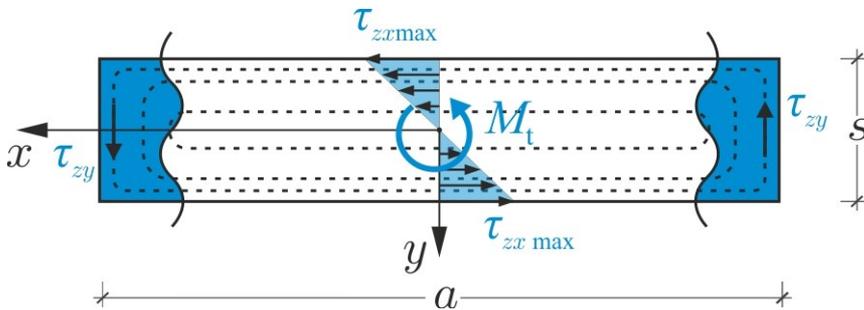


## Sezione rettangolare sottile



$$s \ll a$$

## Analogia idrodinamica (tensioni)



*Soluzione del problema di Neumann*

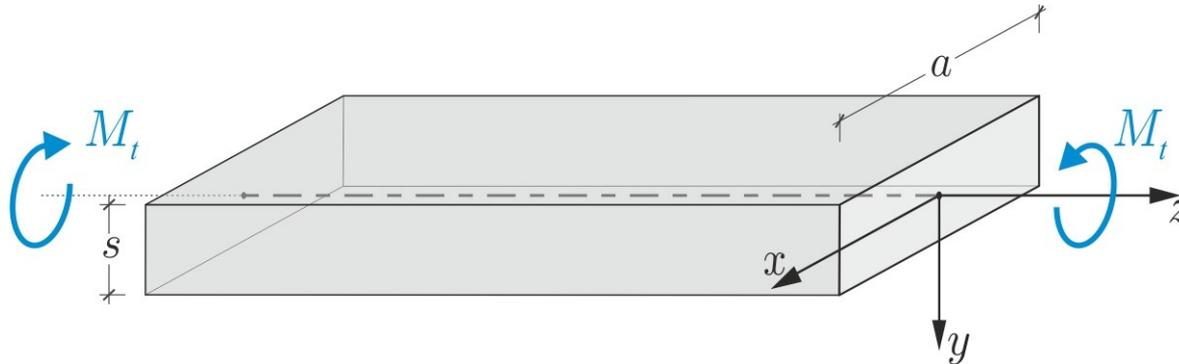
$$\tau_{max} = \frac{M_t}{k_1 a s^3}$$

$$I_t = k_2 a s^3$$

$$\frac{a}{s} \rightarrow \infty \quad k_1 \rightarrow \frac{1}{3}$$

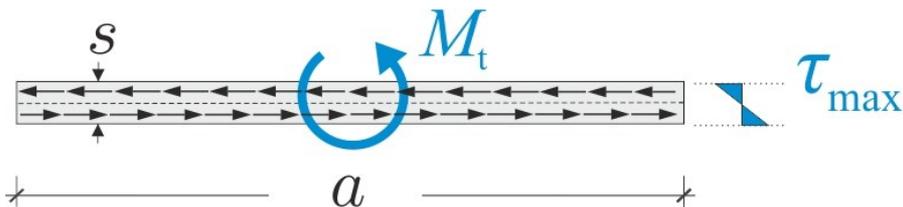
$$k_2 \rightarrow \frac{1}{3}$$

## Sezione rettangolare sottile



$$s \ll a$$

## Analogia idrodinamica (tensioni)

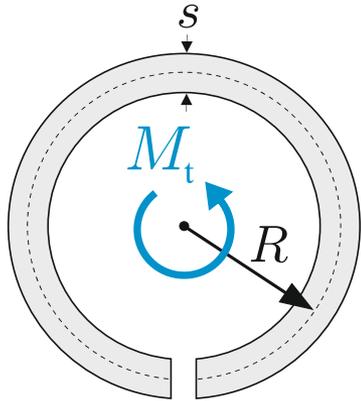


$$\tau_{max} = \frac{M_t}{I_t} s$$

$$I_t = \frac{1}{3} a s^3$$

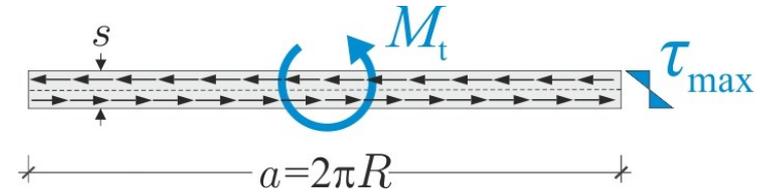
$$\Theta = \frac{M_t}{G I_t}$$

## Sezioni sottili aperte rettificabili

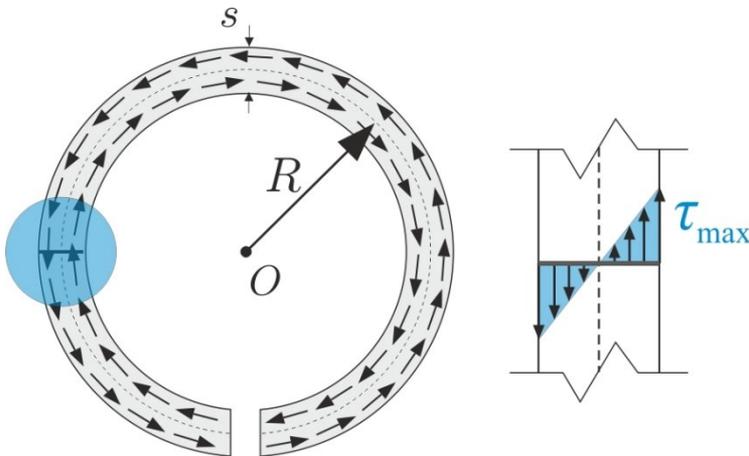


$$s \ll a$$

$$a \cong 2\pi R$$



## Andamento delle tensioni

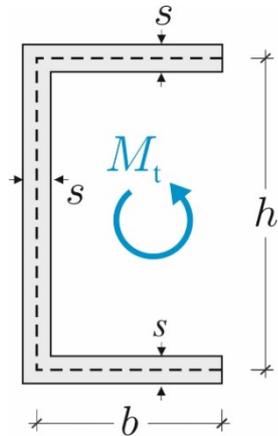


$$\tau_{max} = \frac{M_t}{I_t} s$$

$$I_t = \frac{1}{3} (2\pi R) s^3$$

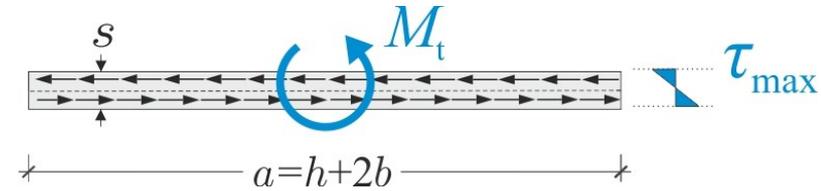
$$\theta = \frac{M_t}{GI_t}$$

## Sezioni sottili aperte rettificabili

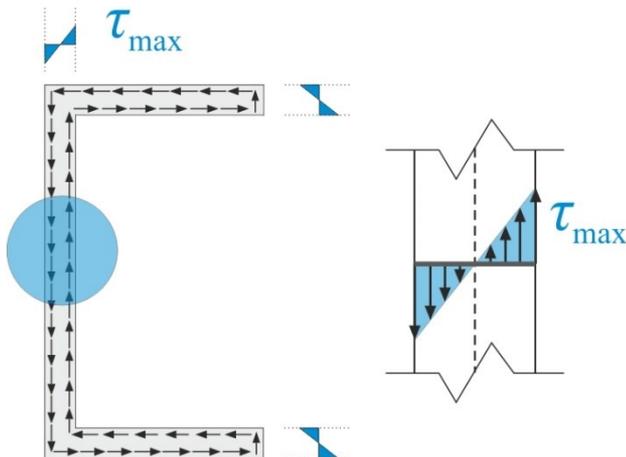


$$s \ll a$$

$$a = h + 2b$$



## Andamento delle tensioni



$$\tau_{max} = \frac{M_t}{I_t} s$$

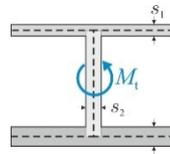
$$I_t = \frac{1}{3} (h + 2b) s^3$$

$$\theta = \frac{M_t}{GI_t}$$

# Lezione

## 5. Torsione uniforme

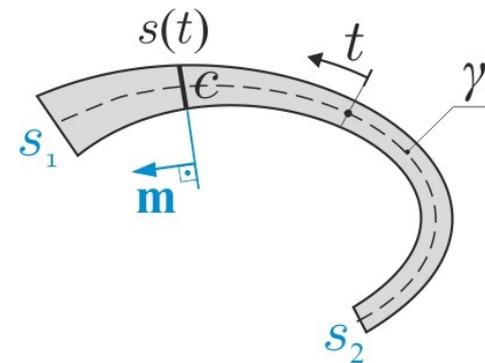
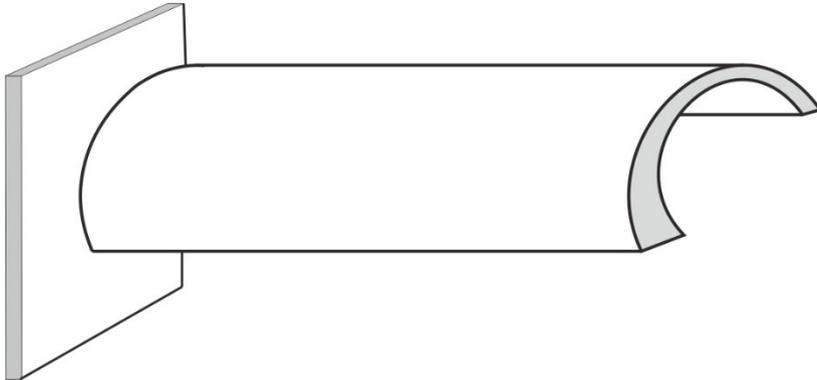
- Posizione del problema
- Sezioni a simmetria polare
- Sezioni di forma qualsiasi, analogia idrodinamica
- Sezioni rettangolari sottili, sezioni rettificabili
- **Sezioni sottili aperte**
- Sezioni sottili chiuse:
  - Teoria approssimata di Bredt
  - Formule di Bredt
- Esercizi (sito: E20, testo: §20.10-20.12)



## 5. Torsione uniforme: sezioni sottili

### Definizione

*Geometria: le sezioni di piccolo spessore sono figure piane descritte da un segmento (**corda c**) che si muove nel piano mantenendosi perpendicolare alla traiettoria descritta dal proprio punto medio (**linea media  $\gamma$** ), la lunghezza della linea media risultando sempre sempre molto maggiore della lunghezza della corda.*



$\gamma$ : linea media

$c$ : corda (segmento perpendicolare alla linea media)

$t$ : ascissa locale

$\mathbf{m}$ : versore perpendicolare alla corda e orientato concordemente all'ascissa locale

$s(t)$ : lunghezza della corda detta spessore (costante o variabile con  $t$ )

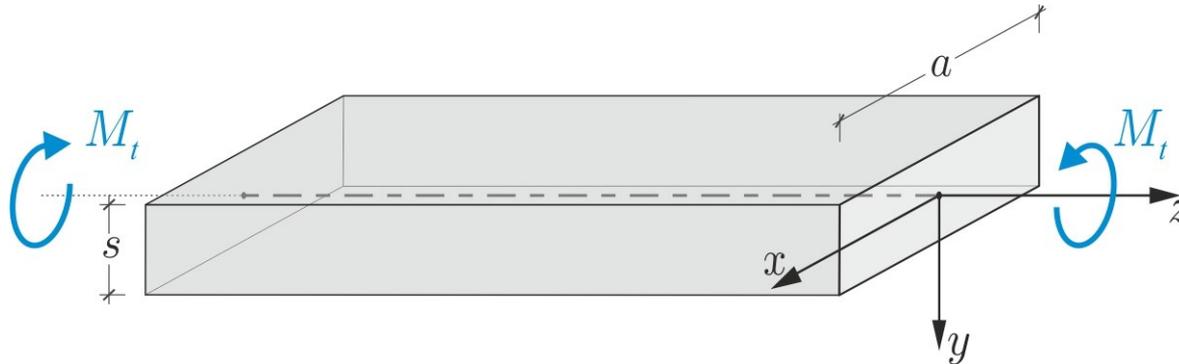
$$mis(\gamma) := a$$

$$s \ll a$$

$$0 \leq t \leq a$$

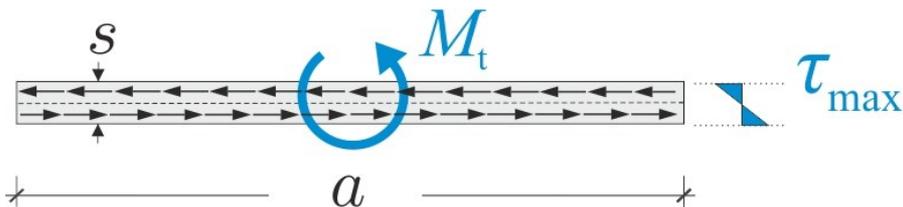
$$mis(c) := s(t)$$

## Sezione rettangolare sottile



$$s \ll a$$

## Analogia idrodinamica (tensioni)



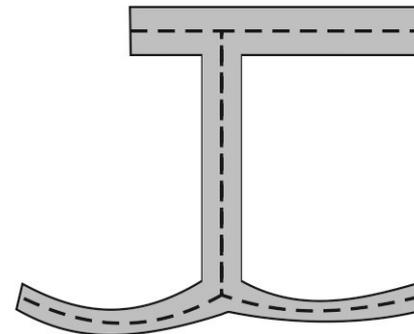
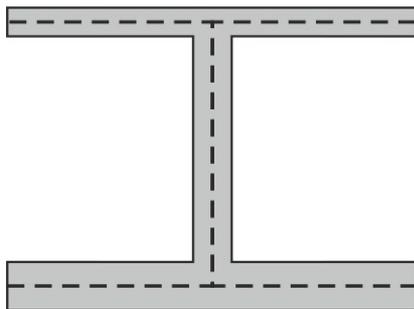
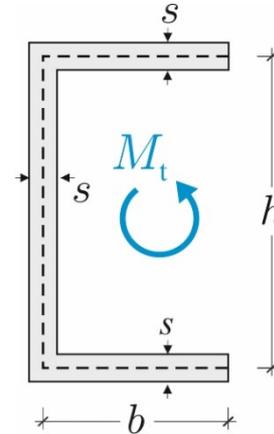
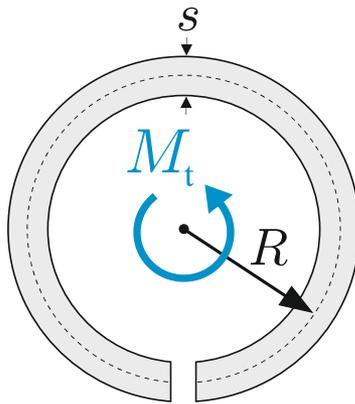
$$\tau_{max} = \frac{M_t}{I_t} s$$

$$I_t = \frac{1}{3} a s^3$$

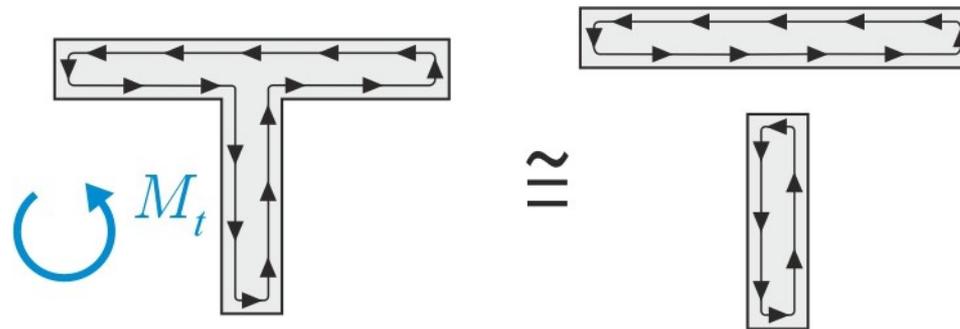
$$\Theta = \frac{M_t}{G I_t}$$

## Sezioni sottili aperte: geometria

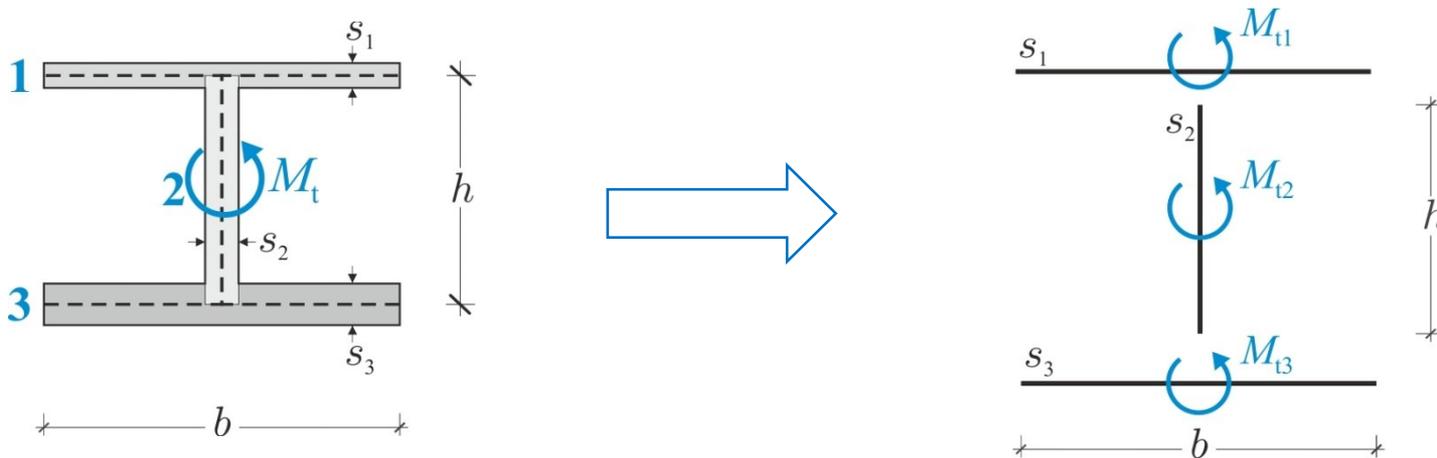
- La linea media  $\gamma$  **non** descrive curve chiuse (*cicli*): non sono presenti cavità (*lacune*)



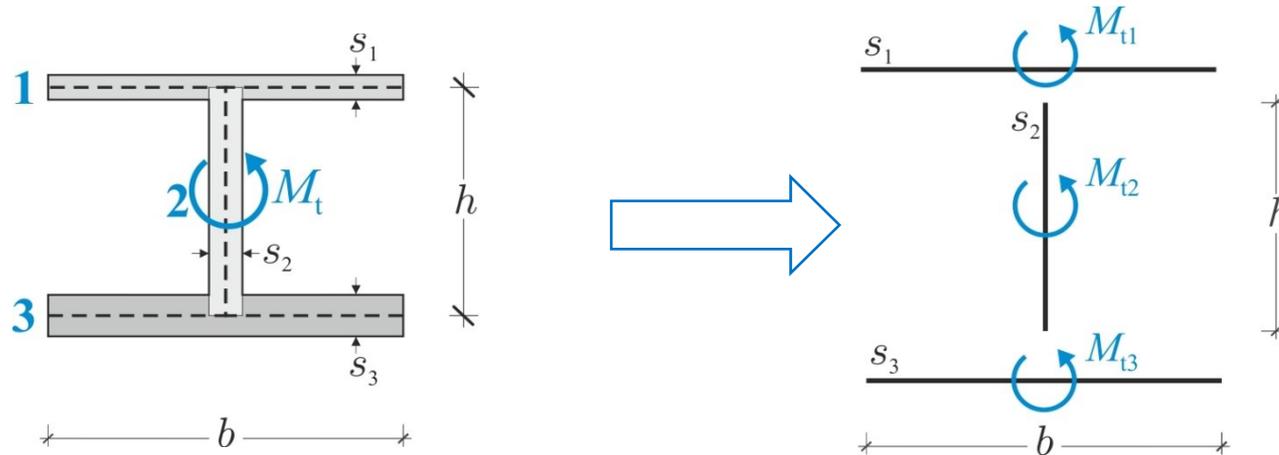
## Sezioni sottili aperte composte (considerazioni intuitive)



## Ripartizione del momento torcente



## Ripartizione del momento torcente

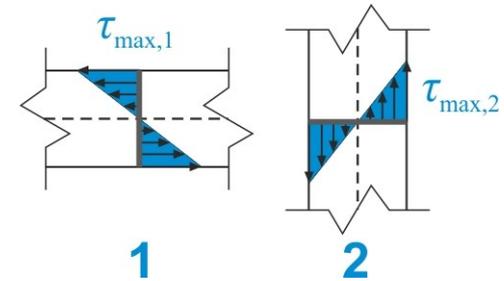
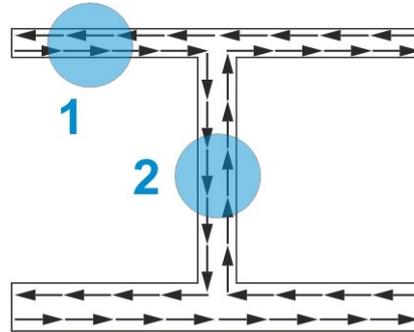
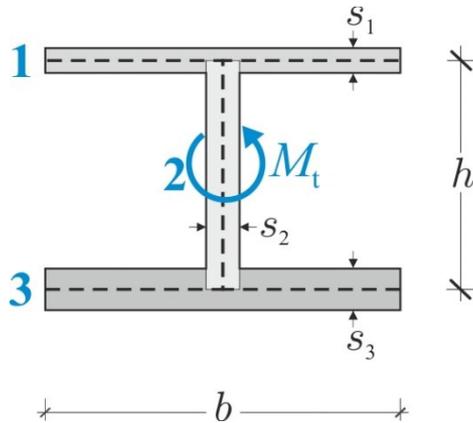


$$I_{ti} = \frac{1}{3} a_i s_i^3$$

$$I_t = \sum I_{ti} = \sum \frac{1}{3} a_i s_i^3 \quad M_{ti} = \frac{I_{ti}}{I_t} M_t$$

$$\tau_{max,i} = \frac{M_{ti}}{I_{ti}} s_i \quad \Rightarrow \quad \tau_{max,i} = \frac{M_t}{I_t} s_i$$

## Ripartizione del momento torcente



$$I_t = \sum I_{ti} = \frac{1}{3} b s_1^3 + \frac{1}{3} h s_2^3 + \frac{1}{3} b s_3^3$$

$$\tau_{max,i} = \frac{M_t}{I_t} s_i$$

$$\theta = \frac{M_t}{G I_t}$$