Facoltà di Ingegneria Civile e Industriale
Ambiente e Territorio, Sicurezza

Scienza delle Costruzioni

Paolo Casini

Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica
Università di Roma *La Sapienza*

E-mail: p.casini@uniroma1.it
pagina web: www.pcasini.it/disg/sdc

Testo di riferimento:
Paolo Casini, Marcello Vasta. *Scienza delle Costruzioni*, CittàStudi DeAgostini, 4° Edizione, 2020

1. Cinematica del corpo rigido

- **Obiettivi**
- **Spostamento rigido**
  - traslazione
  - rotazione
  - rototraslazione
- **Formula Generale dello Spostamento Rigido (FGSR)**
- **I vincoli: prestazioni cinematiche**
- **Il problema cinematico**
  - posizione del problema
  - formulazione analitica
- **Classificazione cinematica**
- **Esercizi** (sito: E01-E03, testo: §2.7-2.8)

1. Cinematica del corpo rigido: FGSR

FGSR per spostamenti piani: *riepilogo*

FGSR in forma vettoriale

$$\mathbf{u}_P = \mathbf{u}_O + \boldsymbol{\theta} \times \boldsymbol{OP}$$

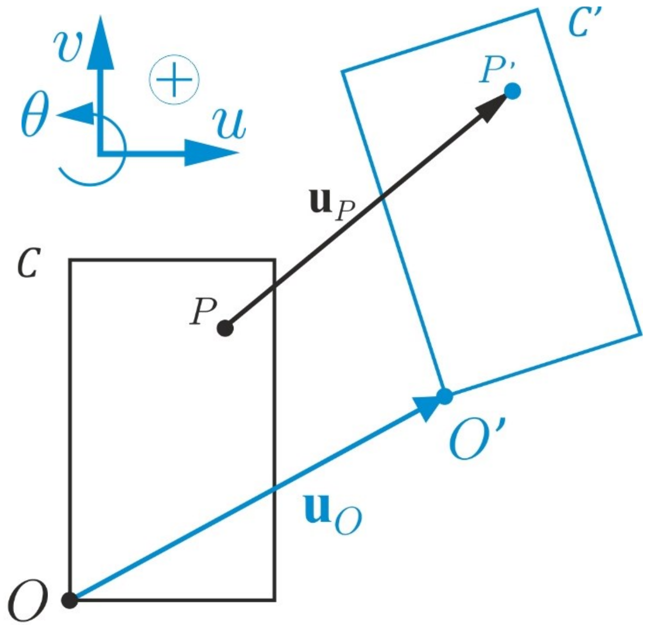
FGSR in forma scalare

$$\begin{cases} u = u_O - \theta y \\ v = v_O + \theta\, x \end{cases}$$

(origine coincidente con il polo)

FGSR in forma matriciale

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_O + \boldsymbol{\Omega}_R \mathbf{x}$$



Vettore spostamenti generalizzati

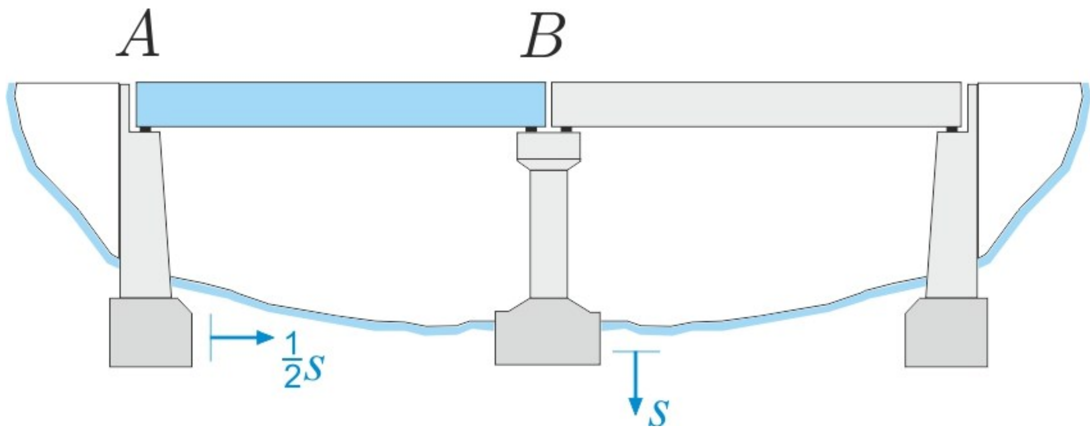
$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} u_O \\ v_O \\ \theta \end{bmatrix} \quad \textit{(3x1)}$$

Numero di g.d.l: $n = 3$

Ogni generico spostamento piano (infinitesimo) è riconducibile ad una rotazione rigida intorno ad un punto C_R *detto* ***centro assoluto di rotazione***

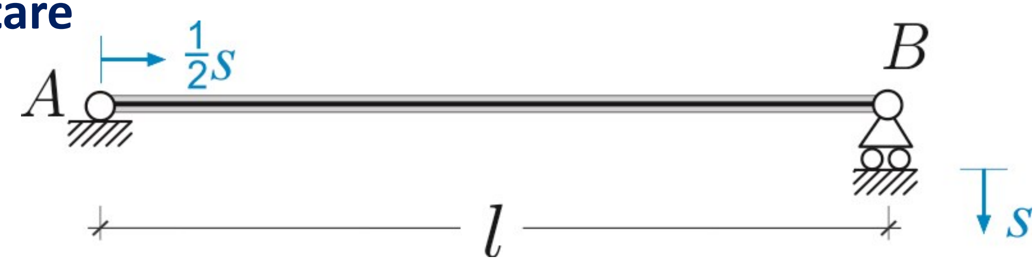
1. Cinematica del corpo rigido: problema cinematico

Esempio



Come si sposta la trave AB a seguito dei cedimenti del terreno?

Modello elementare



NB. I cedimenti s non sono forze ma spostamenti noti, dim [L]

Posizione del problema in generale

Sia dato un sistema di n_C ($n_C \geq 1$) corpi rigidi vincolati e sia C la configurazione occupata dal sistema. Supponiamo che uno o più vincoli subiscano un cedimento assegnato, il problema cinematico (diretto) consiste nel determinare, *se esiste*, la nuova configurazione C' occupata dal sistema a seguito dei cedimenti

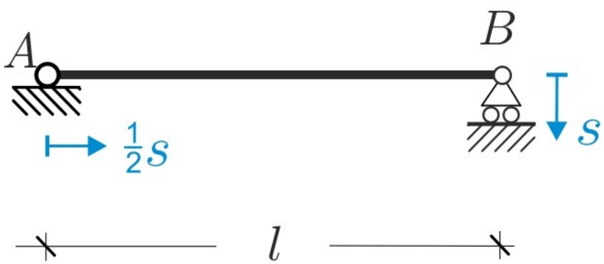
2.1 Parole chiave

Analisi strutturale: analisi e caratterizzazione della *risposta strutturale* cioè del comportamento meccanico manifestato dalla struttura in risposta alle azioni esterne.

Azioni Esterne	→	**Struttura**	→	**Risposta Strutturale**
• forze esterne, • variazioni termiche, • cedimenti vincolari, *etc.*		• geometria, • materiali costitutivi, • condizioni di vincolo, *etc.*		<u>INCOGNITE</u> • spostamenti, deformazioni • forze interne, tensioni

1. Cinematica del corpo rigido: problema cinematico

Formulazione analitica



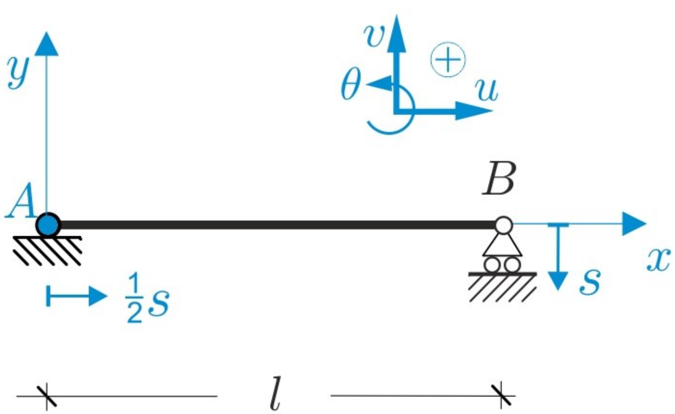
Numero di g.d.l
$n = 3n_C = 3$

Vincoli semplici
$m = 2 + 1 = 3$

Esempio

La struttura in figura è soggetta a cedimenti noti diretti come in figura. Determinare la nuova configurazione assunta dal sistema e gli spostamenti dei punti significativi. Discutere l'esistenza della soluzione e il numero di soluzioni.

Dati: luce l, modulo cedimenti s ($s \ll l$)
(Ad es. $l = 2\mathrm{m}$, $s = 0.02\mathrm{m}$)



$O \equiv A$
$A \equiv (0{,}0)$
$B \equiv (l, 0)$

Procedura operativa

1. *Si sceglie il polo di riduzione degli spostamenti.*
2. *Si fissa il sistema di riferimento cartesiano con origine nel polo scelto. Si fissano le convenzioni. Si scrivono le coordinate dei punti significativi della struttura.*

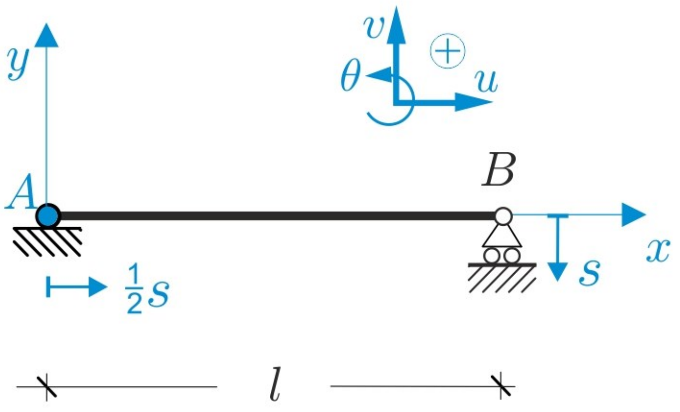
1. Cinematica del corpo rigido: problema cinematico

Formulazione analitica

$$\begin{cases} u = u_A - \theta y \\ v = v_A + \theta\, x \end{cases} \qquad \mathbf{q} = \begin{bmatrix} u_A \\ v_A \\ \theta \end{bmatrix}$$

Procedura operativa

3. *Si scrive la FGSR per il polo scelto e si individuano le incognite raccolte nel vettore* $\mathbf{q}$



$$\begin{cases} u_A = \frac{1}{2}s \\ v_A = 0 \\ v_B = -s \end{cases}$$

Procedura operativa

4. *Per determinare le incognite, si scrivono per ogni vincolo le prescrizioni cinematiche, tenendo presenti le convenzioni e la presenza di eventuali cedimenti.*

1. Cinematica del corpo rigido: problema cinematico

Formulazione analitica

$$\begin{cases} u_A = \frac{1}{2}s \\ v_A = 0 \\ \boxed{v_B} = -s \end{cases}$$

$$\boxed{v_B = v_A + \theta x_B = v_A + \theta l}$$

Procedura operativa

5. *Nelle equazioni precedenti, le componenti di spostamento dei punti distinti dal polo vengono trasformati usando la FGSR. Si ottiene in questo modo un sistema di equazioni algebriche lineari in cui le uniche incognite sono quelle del vettore* **q**

$$\begin{cases} u_A \qquad\qquad = \frac{1}{2}s \\ v_A \qquad\qquad = 0 \\ v_A + \theta l = -s \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} u_A & v_A & \theta \end{array} \\ \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} u_A \\ v_A \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}s \\ 0 \\ -s \end{bmatrix}$$

Procedura operativa

6. *Si scrive il sistema precedente in forma scalare e matriciale, e si discute l'esistenza e il numero di soluzioni (Rouché-Capelli)*

Formulazione analitica

$$\begin{cases} u_A = \frac{1}{2}s \\ v_A = 0 \\ \boxed{v_B} = -s \end{cases}$$

$$\boxed{v_B = v_A + \theta x_B = v_A + \theta l}$$

Procedura operativa

5. Nelle equazioni precedenti, le componenti di spostamento dei punti distinti dal polo vengono trasformati usando la FGSR. Si ottiene in questo modo un sistema di equazioni algebriche lineari in cui le uniche incognite sono quelle del vettore $\mathbf{q}$

$$\begin{cases} u_A & = \frac{1}{2}s \\ v_A & = 0 \\ v_A + \theta l & = -s \end{cases}$$

$$\begin{array}{ccc} u_A & v_A & \theta \\ \end{array}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & l \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} u_A \\ v_A \\ \theta \end{bmatrix}}_{\mathbf{q}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{2}s \\ 0 \\ -s \end{bmatrix}}_{\mathbf{s}}$$

Procedura operativa

6. Si scrive il sistema precedente in forma scalare e matriciale, e si discute l'esistenza e il numero di soluzioni (Rouché-Capelli)

Numero di g.d.l $n = 3n_C = 3$

Vincoli semplici $m = 2 + 1 = 3$

Numero di equazioni $m = 3$

Numero di incognite $n = 3$

$$\boxed{\mathbf{A}\mathbf{q} = \mathbf{s}}$$

1. Cinematica del corpo rigido: problema cinematico

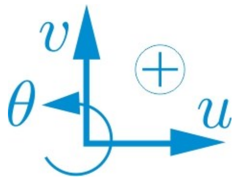
Soluzione

$u_A = \frac{1}{2}s, v_A = 0, \theta = -\frac{s}{l}$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}s \\ 0 \\ -\frac{s}{l} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} u = u_A - \theta y \\ v = v_A + \theta\, x \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} u = \frac{1}{2}s + \frac{s}{l}y \\ v = -\frac{s}{l}\, x \end{cases}}$$

$$A\ (0,0)\text{:} \begin{cases} u_A = \frac{1}{2}s \\ v_A = 0 \end{cases} \quad B\ (l,0)\text{:} \begin{cases} u_B = \frac{1}{2}s \\ v_B = -s \end{cases}$$



Procedura operativa

7. *Se la soluzione esiste ed è unica, si ricavano gli spostamenti generalizzati incogniti. Si sostituiscono i valori trovati nella FGSR. Si calcola lo spostamento dei punti significativi della struttura. Si disegna la configurazione finale. Si determina la posizione del* C_R

1. Cinematica del corpo rigido: problema cinematico

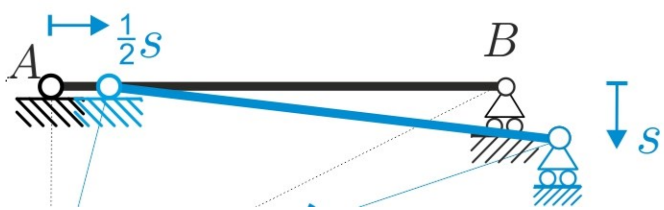
Soluzione

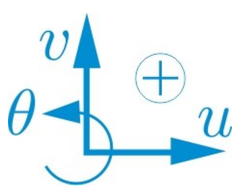
$u_A = \frac{1}{2}s, v_A = 0, \theta = -\frac{s}{l}$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}s \\ 0 \\ -\frac{s}{l} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} u = u_A - \theta y \\ v = v_A + \theta\, x \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} u = \frac{1}{2}s + \frac{s}{l}y \\ v = -\frac{s}{l}\, x \end{cases}}$$

$$A\ (0{,}0){:}\ \begin{cases} u_A = \frac{1}{2}s \\ v_A = 0 \end{cases} \quad B\ (l, 0){:}\ \begin{cases} u_B = \frac{1}{2}s \\ v_B = -s \end{cases}$$





Procedura operativa

7. *Se la soluzione esiste ed è unica, si ricavano gli spostamenti generalizzati incogniti. Si sostituiscono i valori trovati nella FGSR. Si calcola lo spostamento dei punti significativi della struttura. Si disegna la configurazione finale. Si determina la posizione del* C_R

1. Cinematica del corpo rigido: problema cinematico

Soluzione

$u_A = \frac{1}{2}s, v_A = 0, \theta = -\frac{s}{l}$

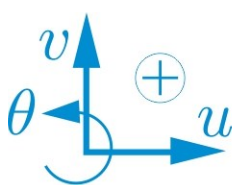
$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}s \\ 0 \\ -\frac{s}{l} \end{bmatrix}$$

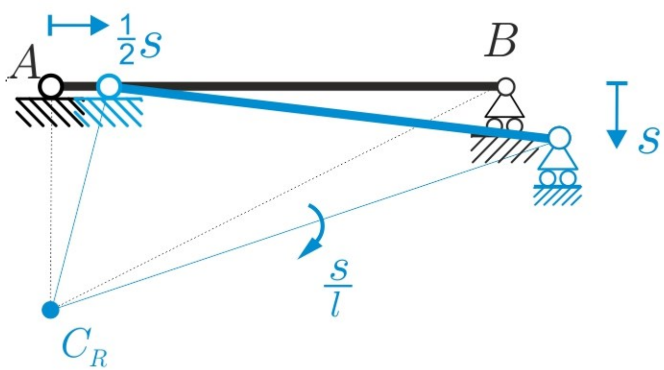
$$\begin{cases} u = u_A - \theta y \\ v = v_A + \theta\, x \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} u = \frac{1}{2}s + \frac{s}{l}y \\ v = -\frac{s}{l}\, x \end{cases}}$$

$$A\ (0{,}0)\!: \begin{cases} u_A = \frac{1}{2}s \\ v_A = 0 \end{cases} \quad B\ (l, 0)\!: \begin{cases} u_B = \frac{1}{2}s \\ v_B = -s \end{cases}$$

Procedura operativa

7. Se la soluzione esiste ed è unica, si ricavano gli spostamenti generalizzati incogniti. Si sostituiscono i valori trovati nella FGSR. Si calcola lo spostamento dei punti significativi della struttura. Si disegna la configurazione finale. Si determina la posizione del C_R





$$C_R\!: \begin{cases} x_{CR} = -\frac{v_A}{\theta} = 0 \\ y_{CR} = \frac{u_A}{\theta} = -\frac{1}{2}l \end{cases}$$

Formulazione analitica: caso generale

$$\boxed{\mathbf{A}\mathbf{q} = \mathbf{s}}$$

*Anche nei casi generali ci si riconduce ad un sistema algebrico costituito da **m equazioni lineari** in **n incognite**, dove m è il numero dei vincoli semplici (esterni e interni) e n il numero di gradi di libertà del sistema.*

$\mathbf{q}$: $(n \times 1)$ vettore colonna degli spostamenti generalizzati (**incognito**)

$\mathbf{A}$: $(m \times n)$ matrice dei coefficienti del sistema detta **Matrice Cinematica** (nota)

$\mathbf{s}$: $(m \times 1)$ vettore dei termini noti detto **vettori dei cedimenti vincolari**(nota)

Numero di g.d.l: $n = 3n_C$

Numero di vincoli semplici: m

Esistenza della soluzione $\mathbf{q}$*?*
Numero di soluzioni?

Classificazione cinematica

1. Cinematica del corpo rigido: classificazione cinematica

I. Sistemi determinati (isocinematici)

$$n = m = p \qquad \boxed{\mathbf{A}} \qquad \det \mathbf{A} \neq 0$$

$$\exists!\, \mathbf{q}: \qquad \mathbf{q} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{s}$$

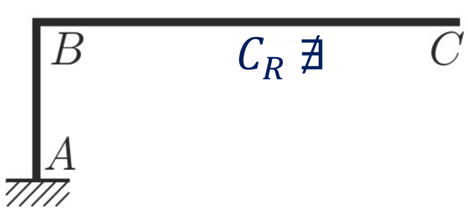
$$\mathbf{s} = \mathbf{0} \;\Rightarrow\; \qquad \mathbf{q} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{0} = \mathbf{0}$$

La soluzione esiste ed è unica (Rouché-Capelli).

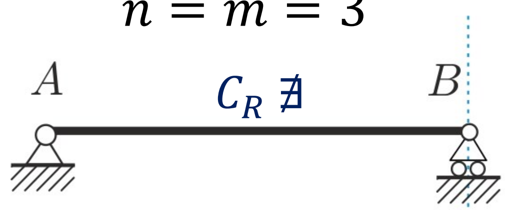
In assenza di cedimenti, l'unica soluzione è quella banale $\mathbf{q} = \mathbf{0}$ *: i vincoli sono disposti in modo tale da impedire al sistema di spostarsi.*

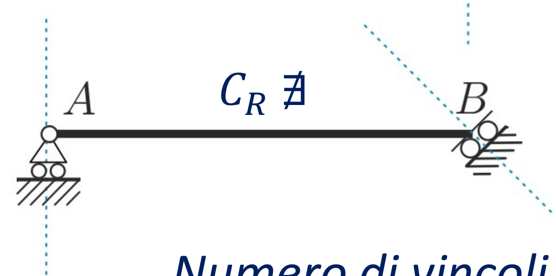
In assenza di cedimenti, i vincoli sono disposti in modo tale da impedire l'esistenza dei centri di rotazione.

Mensola
$n = m = 3$

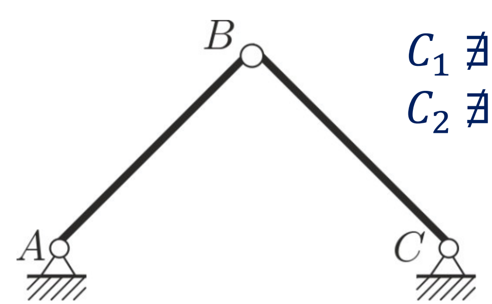


Trave appoggiata
$n = m = 3$





Arco a tre cerniere
$n = m = 6$



Numero di g.d.l: $n = 3n_C$ *Numero di vincoli semplici:* m *Rango* $\mathbf{A}$*:* p

1. Cinematica del corpo rigido: classificazione cinematica

II. Sistemi degeneri (singolari)

$n = m > p$ $\boxed{\mathbf{A}}$ $\det \mathbf{A} = 0$

$\exists \, \infty^{n-p} \, \mathbf{q}$

$\mathbf{s} = \mathbf{0} \;\Rightarrow\; \exists \, \infty^{n-p} \, \mathbf{q} \neq \mathbf{0}$

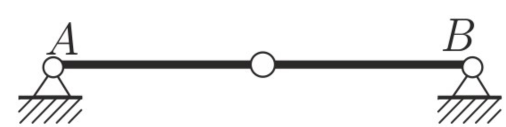
Esistono ∞^{n-p} soluzioni (Rouché-Capelli).

Anche in assenza di cedimenti, sono possibili soluzioni $\mathbf{q} \neq \mathbf{0}$ distinte da quella banale: i vincoli sono disposti in modo tale da consentire al sistema di spostarsi.

Anche in assenza di cedimenti, i vincoli sono disposti in modo tale da consentire l'esistenza dei centri di rotazione.

Trave appoggiata degenere
$n = m = 3$

Arco a tre cerniere degenere
$n = m = 6$



Numero di g.d.l: $n = 3n_C$ *Numero di vincoli semplici:* m *Rango* $\mathbf{A}$: p

1. Cinematica del corpo rigido: classificazione cinematica

II. Sistemi degeneri (singolari)

$n = m > p$ $\boxed{\mathbf{A}}$ $\det \mathbf{A} = 0$

$\exists \, \infty^{n-p} \, \mathbf{q}$

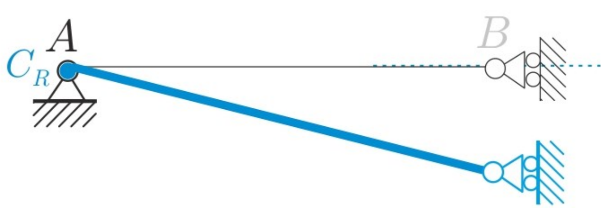
$\mathbf{s} = \mathbf{0} \;\Rightarrow\; \exists \, \infty^{n-p} \, \mathbf{q} \neq \mathbf{0}$

Esistono ∞^{n-p} soluzioni (Rouché-Capelli).

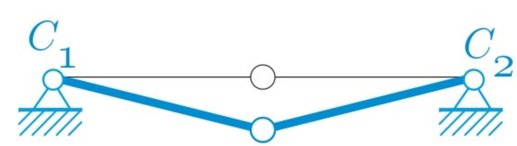
Anche in assenza di cedimenti, sono possibili soluzioni $\mathbf{q} \neq \mathbf{0}$ distinte da quella banale: i vincoli sono disposti in modo tale da consentire al sistema di spostarsi.

Anche in assenza di cedimenti, i vincoli sono disposti in modo tale da consentire l'esistenza dei centri di rotazione.

Trave appoggiata degenere
$n = m = 3$



Arco a tre cerniere degenere
$n = m = 6$



Numero di g.d.l.: $n = 3n_C$ *Numero di vincoli semplici:* m *Rango* $\mathbf{A}$: p

III. Sistemi cinematicamente impossibili

$p = n < m$

$\mathbf{A}$

$\nexists\ \mathbf{q}$

Non esistono soluzioni salvo casi particolari di cedimenti assegnati (Rouché-Capelli).

Trave incastro-appoggio

$n = 3, \qquad m = 4$

Numero di g.d.l: $n = 3n_C$ *Numero di vincoli semplici:* m *Rango* $\mathbf{A}$*:* p

III. Sistemi cinematicamente impossibili

$p = n < m$

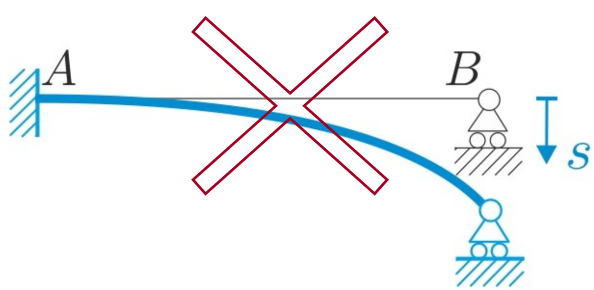
$\mathbf{A}$

Non esistono soluzioni salvo casi particolari di cedimenti assegnati (Rouché-Capelli).

$\nexists\, \mathbf{q}$

Trave incastro-appoggio

$n = 3, \qquad m = 4$



In presenza di cedimenti le strutture cinem. impossibili generalmente si deformano, ma questo effetto, per definizione, non può essere colto dal modello di corpo rigido.

Numero di g.d.l.: $n = 3n_C$ *Numero di vincoli semplici:* m *Rango* $\mathbf{A}$: p

1. Cinematica del corpo rigido: classificazione cinematica

IV. Sistemi cinematicamente indeterminati (labili)

$n > m = p$

$$\boxed{\mathbf{A}}$$

$\exists\ \infty^{n-m}\ \mathbf{q}$

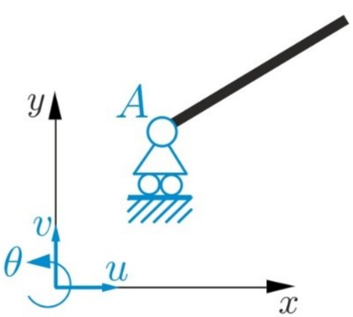
$\mathbf{s} = \mathbf{0} \ \Rightarrow \quad \exists\ \infty^{n-m}\ \mathbf{q} \neq \mathbf{0}$

Esistono ∞^{n-m} soluzioni (Rouché-Capelli).

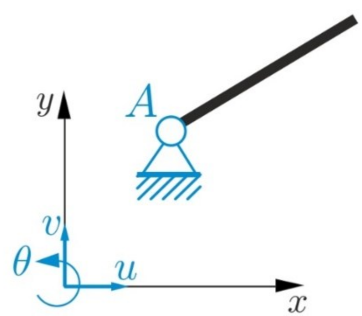
Anche in assenza di cedimenti, sono possibili soluzioni $\mathbf{q} \neq \mathbf{0}$ distinte da quella banale: i vincoli sono disposti in modo tale da consentire al sistema di spostarsi.

Anche in assenza di cedimenti, i vincoli sono disposti in modo tale da consentire l'esistenza dei centri di rotazione.

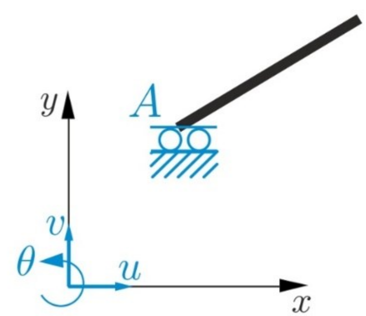
$n = 3, m = 1$



$n = 3, m = 2$



$n = 3, m = 2$



Numero di g.d.l.: $n = 3n_C$ *Numero di vincoli semplici:* m *Rango* $\mathbf{A}$: p

SAPIENZA UNIVERSITÀ DI ROMA

1. Cinematica del corpo rigido: classificazione cinematica

IV. Sistemi cinematicamente indeterminati (labili)

$n > m = p$ $\boxed{\mathbf{A}}$

$\exists\ \infty^{n-m}\ \mathbf{q}$

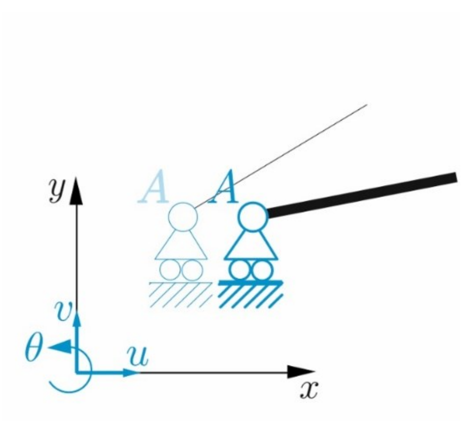
$\mathbf{s} = \mathbf{0} \ \Rightarrow \quad \exists\ \infty^{n-m}\ \mathbf{q} \neq \mathbf{0}$

Esistono ∞^{n-m} soluzioni (Rouché-Capelli).

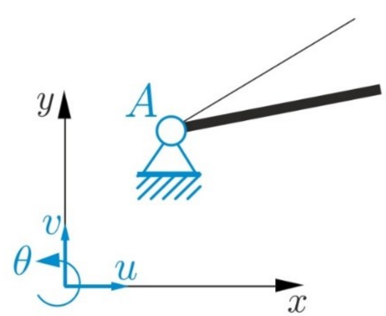
Anche in assenza di cedimenti, sono possibili soluzioni $\mathbf{q} \neq \mathbf{0}$ distinte da quella banale: i vincoli sono disposti in modo tale da consentire al sistema di spostarsi.

Anche in assenza di cedimenti, i vincoli sono disposti in modo tale da consentire l'esistenza dei centri di rotazione.

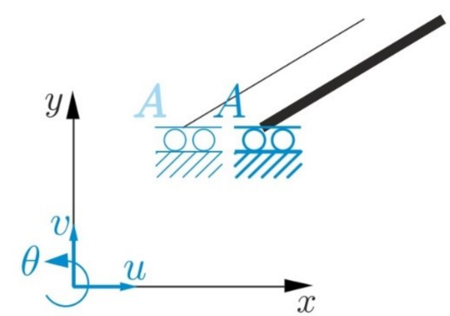
$n = 3, m = 1$



$n = 3, m = 2$

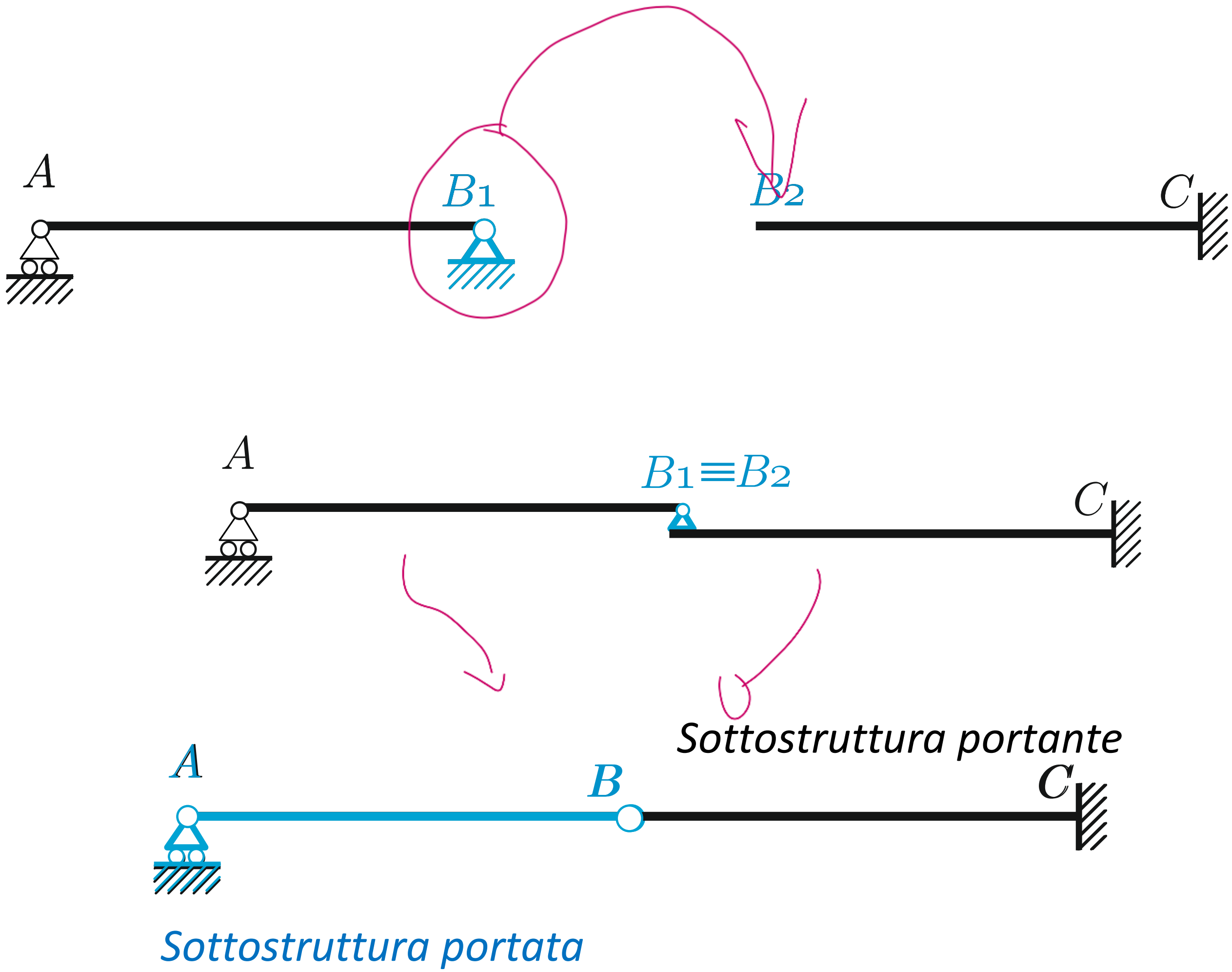


$n = 3, m = 2$



Numero di g.d.l: $n = 3n_C$ *Numero di vincoli semplici: m* *Rango $\mathbf{A}$: p*

Strutture composte da schemi statici elementari
Gerarchia strutturale

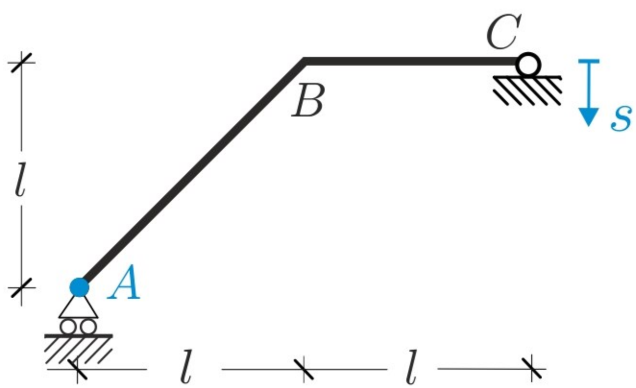


1. Cinematica del corpo rigido: classificazione cinematica

Strutture composte da schemi statici elementari
Gerarchia strutturale: altri esempi (lavagna)

1. Cinematica del corpo rigido: problema cinematico

Esercizio



Numero di g.d.l

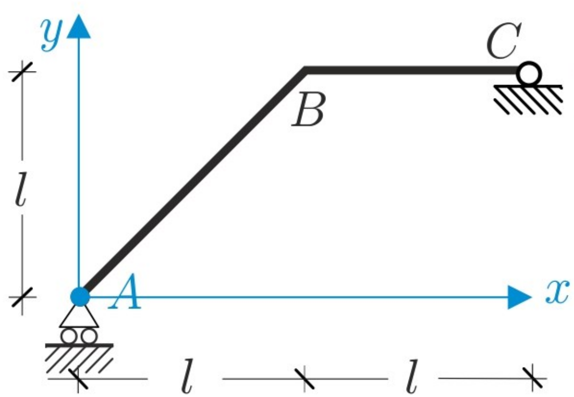
$n = 3n_C = 3$

Vincoli semplici

$m = 2 + 1 = 3$

Esercizio

La struttura in figura è soggetta a cedimenti noti diretti come in figura. Verificare che la struttura è determinata, trovare la nuova configurazione assunta dal sistema e gli spostamenti dei punti significativi. ***Dati:*** *luce l, modulo cedimenti s ($s \ll l$) (Ad es. $l = 2\text{m}$, $s = 0.02\text{m}$)*

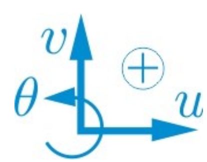


$O \equiv A$

$A \equiv (0,0)$

$B \equiv (l, l)$

$C \equiv (2l, l)$



Procedura operativa

1. *Si sceglie il polo di riduzione degli spostamenti.*
2. *Si fissa il sistema di riferimento cartesiano con origine nel polo scelto. Si fissano le convenzioni. Si scrivono le coordinate dei punti significativi della struttura.*

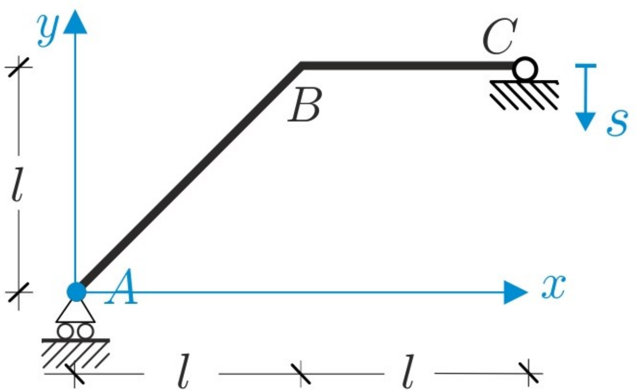
1. Cinematica del corpo rigido: problema cinematico

Formulazione analitica

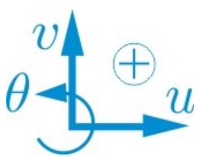
$$\begin{cases} u = u_A - \theta y \\ v = v_A + \theta\, x \end{cases} \qquad \mathbf{q} = \begin{bmatrix} u_A \\ v_A \\ \theta \end{bmatrix}$$

Procedura operativa

3. Si scrive la FGSR per il polo scelto e si individuano le incognite raccolte nel vettore $\mathbf{q}$



$$\begin{cases} v_A = 0 \\ u_C = 0 \\ v_C = -s \end{cases}$$



Procedura operativa

4. Per determinare le incognite, si scrivono per ogni vincolo le prescrizioni cinematiche, tenendo presenti le convenzioni e la presenza di eventuali cedimenti.

1. Cinematica del corpo rigido: problema cinematico

Formulazione analitica

$$\begin{cases} v_A = 0 \\ \boxed{u_C} = 0 \\ \boxed{v_C} = -s \end{cases}$$

$$\boxed{u_C = u_A - \theta y_C = u_A - \theta l}$$

$$\boxed{v_C = v_A + \theta x_C = v_A + 2\theta l}$$

Procedura operativa

5. *Nelle equazioni precedenti, le componenti di spostamento dei punti distinti dal polo vengono trasformati usando la FGSR. Si ottiene in questo modo un sistema di equazioni algebriche lineari in cui le uniche incognite sono quelle del vettore* $\mathbf{q}$

$$\begin{cases} v_A = 0 \\ u_A - \theta l = 0 \\ v_A + 2\theta l = -s \end{cases}$$

$$\begin{array}{ccc} u_A & v_A & \theta \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -l \\ 0 & 1 & 2l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_A \\ v_A \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -s \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -l \\ 0 & 1 & 2l \end{bmatrix}$$

$$n = m$$

$$\det \mathbf{A} \neq 0$$

Procedura operativa

6. *Si scrive il sistema precedente in forma scalare e matriciale, e si discute l'esistenza e il numero di soluzioni (Rouché-Capelli)*

1. Cinematica del corpo rigido: problema cinematico

Soluzione

$u_A = -\frac{1}{2}s, v_A = 0, \theta = -\frac{s}{2l}$

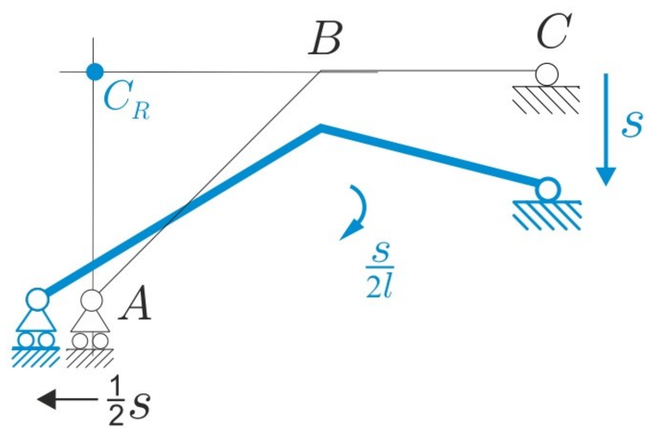
$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}s \\ 0 \\ -\frac{s}{2l} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} u = u_A - \theta y \\ v = v_A + \theta\, x \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} u = -\frac{1}{2}s + \frac{s}{2l}y \\ v = -\frac{s}{2l}\, x \end{cases}}$$

$$A: \begin{cases} u_A = -\frac{1}{2}s \\ v_A = 0 \end{cases} \quad B: \begin{cases} u_B = 0 \\ v_B = -\frac{1}{2}s \end{cases} \quad C: \begin{cases} u_C = 0 \\ v_C = -s \end{cases}$$

Procedura operativa

7. *Verificato che il sistema è determinato, si ricavano gli spostamenti generalizzati incogniti. Si sostituiscono i valori trovati nella FGSR. Si calola lo spostamento dei punti significativi della struttura. Si disegna la configurazione finale. Si determina la posizione del C_R*



$$C_R: \begin{cases} x_{CR} = -\frac{v_A}{\theta} = 0 \\ y_{CR} = \frac{u_A}{\theta} = l \end{cases}$$

1. Cinematica del corpo rigido: problema cinematico

Soluzione

$u_A = -\frac{1}{2}s, v_A = 0, \theta = -\frac{s}{2l}$

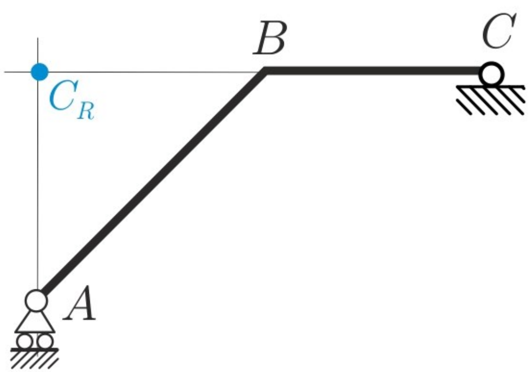
$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}s \\ 0 \\ -\frac{s}{2l} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} u = u_A - \theta y \\ v = v_A + \theta\, x \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} u = -\frac{1}{2}s + \frac{s}{2l}y \\ v = -\frac{s}{2l}\, x \end{cases}}$$

$$A: \begin{cases} u_A = -\frac{1}{2}s \\ v_A = 0 \end{cases} \quad B: \begin{cases} u_B = 0 \\ v_B = -\frac{1}{2}s \end{cases} \quad C: \begin{cases} u_C = 0 \\ v_C = -s \end{cases}$$

Procedura operativa

7. Verificato che il sistema è determinato, si ricavano gli spostamenti generalizzati incogniti. Si sostituiscono i valori trovati nella FGSR. Si calola lo spostamento dei punti significativi della struttura. Si disegna la configurazione finale. Si determina la posizione del C_R



$$C_R: \begin{cases} x_{CR} = -\frac{v_A}{\theta} = 0 \\ y_{CR} = \frac{u_A}{\theta} = l \end{cases}$$